G1MG . exam 2003.

Q1) Profondeur peau : $\boxed{\delta = \sqrt{\dfrac{2}{\pi \omega \mu_0 \mu_r}}}$

$\omega = 2\pi f$
μ_0 = perméabilité du vide
μ_r = perméabilité magnétiq relative

Densité de puissance injectée ds la charge :

$$\boxed{\dot{q}(x) = \omega \mu_0 \mu_r \frac{I^2}{\ell^2} \exp\left(\frac{2}{\delta} x\right)}$$

Q2) Conditions aux limites (chauffage par induct°).

$$\begin{cases} \lambda \left(\dfrac{dT}{dx}\right)_0 = h_0 \left(T(0) - T_0\right) - p_0 & \text{en } x = 0. \\ -\lambda \left(\dfrac{dT}{dx}\right)_L = h_L \left(T(L) - T_L\right) - p_L & \text{en } x = L. \end{cases}$$

Q3) $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2} \frac{dT}{dx}(x)\, T'(x)\, dx.$

$$\begin{cases} x(u) = x_1 + (x_2 - x_1) u. \\ T(u) = T_1 + (T_2 - T_1) u. \end{cases}$$

$*$ $\dfrac{dT}{dx} = \underbrace{\dfrac{dT}{du}}_{= T_2 - T_1} \cdot \underbrace{\dfrac{du}{dx}}_{= \frac{1}{x_2 - x_1}}$ $\rightarrow$ $\dfrac{dT}{dx} = \dfrac{(T_2 - T_1)}{(x_2 - x_1)}$

$*$ $T'du = (x_2 - x_1) du.$

d'où $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2} \frac{dT(x)}{dx} T'(x)\, dx = \int_0^1 \frac{(T_2 - T_1)}{\cancel{(x_2 - x_1)}} \times \cancel{(x_2 - x_1)}\, du = T_2 - T_1 = (T_1\ T_2)\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Q4) Ecrire A sous la forme $L\,{}^tL$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 10 & 14 \\ 2 & 14 & 56 \end{pmatrix}$$

$\rightarrow$ On sait que A matrice symétrique positive ssi il existe L triangulaire supérieure telle que : $\underline{A = L \times {}^tL}$

L est de la forme $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ 0 & x_4 & x_5 \\ 0 & 0 & x_6 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_4 & x_5 & x_6 \\ x_7 & x_8 & x_9 \end{pmatrix}$

$\rightarrow$ On aboutit à un syst de 6 équations à 6 inconnues, donc on résoud

Q5) On cherche x_1, x_2, x_3 tels que $\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 10 & 14 \\ 2 & 14 & 56 \end{pmatrix}}_{A} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\rightarrow$ On décompose A en $L \times {}^tL$

$\rightarrow$ On multiplie ${}^tL$ par $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, puis le résultat par L.

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \cdots \end{pmatrix}$

... syst de 3 équations à 3 inconnues